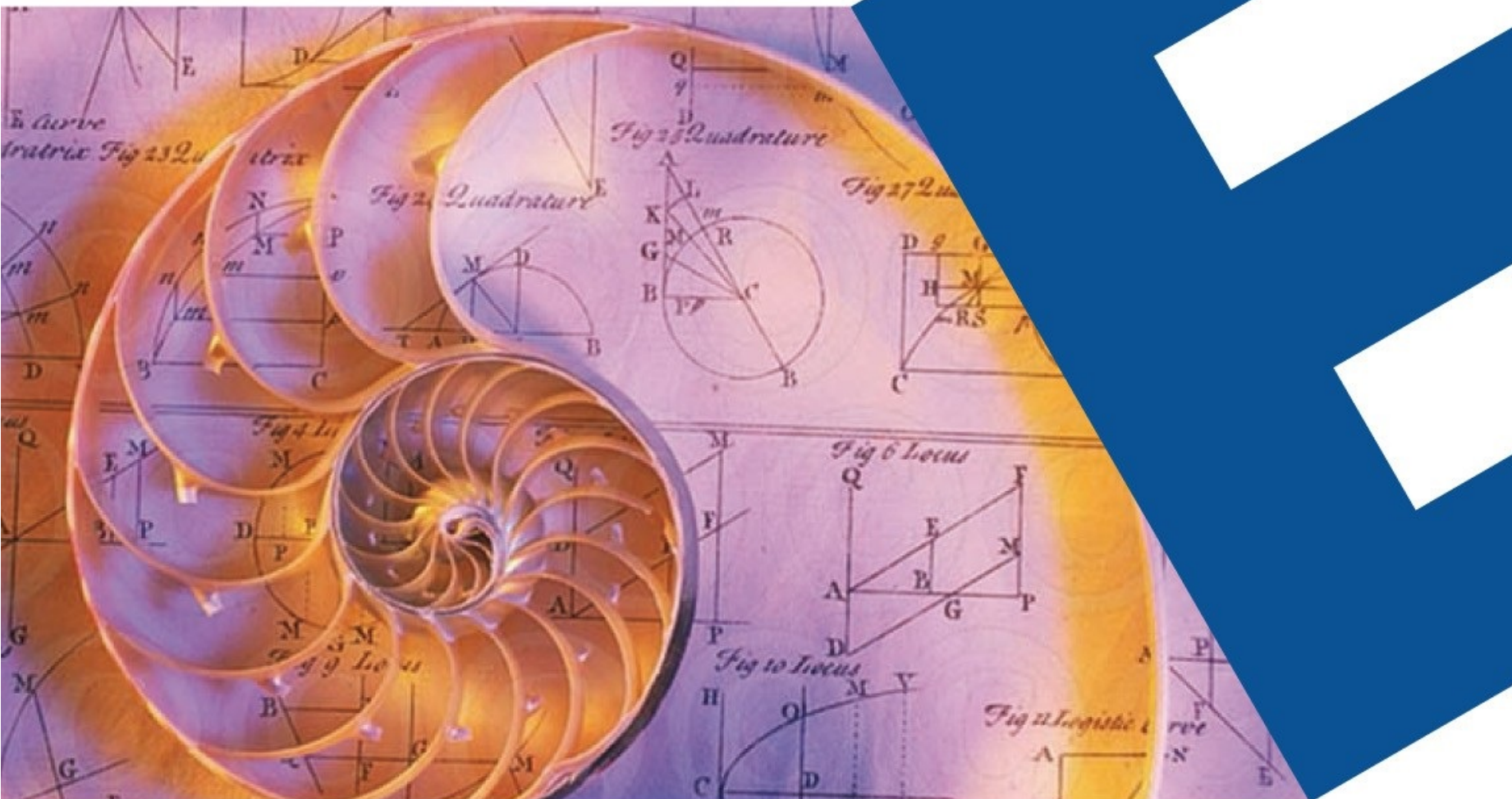


I like Bivio



Lezioni di Matematica

per le scuole medie superiori

$$f(x) \leftarrow \sum_{\kappa=1}^{\infty} \left[\frac{1}{\binom{x}{\kappa}} \right]$$



Associazione I like Bivio

I Argomenti fondamentali

1 Elementi di logica. Insiemi

- 1.1 Logica proposizionale
 - 1.1.1 Definizioni
 - 1.1.2 Connettivi logici
- 1.2 Logica dei predicati
 - 1.2.1 Quantificatori
- 1.3 Altri simboli di base
- 1.4 Assiomi, teoremi, dimostrazioni, ...
- 1.5 Insiemi
- 1.6 Operazioni tra insiemi
- 1.7 Diagrammi di Eulero-Venn e altre rappresentazioni grafiche
- 1.8 Relazioni binarie
 - 1.8.1 Definizioni
 - 1.8.2 Relazioni di equivalenza
 - 1.8.3 Relazioni d'ordine
- 1.9 Funzioni o applicazioni
- 1.10 Cardinalità di un insieme

2 Numeri: dai naturali ai reali

- 2.1 I numeri naturali
 - 2.1.1 La cardinalità dei naturali
 - 2.1.2 L'ordine nei naturali
 - 2.1.3 Le operazioni nei naturali
 - 2.1.4 Le prime equazioni nei naturali
 - 2.1.5 L'elevazione a potenza
 - 2.1.6 La precedenza nelle operazioni successive
 - 2.1.7 Divisibilità. Numeri primi
 - 2.1.8 Qualche criterio di divisibilità
- 2.2 Gli interi

- 2.2.1 Generalità
- 2.2.2 Potenze negli interi
- 2.3 I numeri razionali
 - 2.3.1 Generalità
 - 2.3.2 La cardinalità dei razionali
 - 2.3.3 Perché i razionali non bastano?
- 2.4 La rappresentazione decimale dei razionali
 - 2.4.1 Il caso degli interi
 - 2.4.2 Cenno al cambiamento di base
 - 2.4.3 Il caso dei razionali
 - 2.4.4 Operazioni con i decimali
- 2.5 I numeri reali
 - 2.5.1 Definizioni e proprietà
 - 2.5.2 Ascisse sulla retta
 - 2.5.3 Intervalli di numeri reali
 - 2.5.4 Valore assoluto
 - 2.5.5 I radicali
 - 2.5.6 Altri numeri reali
 - 2.5.7 Potenze nei reali
 - 2.5.8 Verso i numeri complessi

- 3 Algebra elementare
 - 3.1 Monomi
 - 3.1.1 Definizioni
 - 3.1.2 Operazioni fra monomi
 - 3.2 Polinomi
 - 3.2.1 Generalità
 - 3.2.2 La divisione tra polinomi
 - 3.3 Prodotti notevoli e scomposizione di polinomi
 - 3.4 Divisibilità e scomposizione
 - 3.5 Zeri di polinomi di primo e secondo grado
 - 3.6 La regola di Ruffini
 - 3.7 Il teorema fondamentale dell'algebra
 - 3.8 Frazioni algebriche
 - 3.9 Progressioni
 - 3.9.1 Progressioni aritmetiche
 - 3.9.2 Progressioni geometriche

- 4 Funzioni
 - 4.1 Definizioni
 - 4.2 Rappresentazioni grafiche
 - 4.3 Funzioni reali e dominio naturale

- 4.4 Funzioni iniettive, suriettive, biiettive
- 4.5 Restrizioni di una funzione
- 4.6 Operazioni tra funzioni
- 4.7 Funzione inversa
- 4.8 Qualche funzione elementare
 - 4.8.1 La funzione polinomiale di primo grado
 - 4.8.2 La funzione polinomiale di secondo grado
 - 4.8.3 La funzione valore assoluto
 - 4.8.4 Le funzioni potenza ad esponente intero
 - 4.8.5 Le funzioni radice
 - 4.8.6 Le funzioni potenza ad esponente reale
 - 4.8.7 Funzioni potenza e invertibilità
 - 4.8.8 La funzione segno
 - 4.8.9 Le funzioni parte intera e simili

- 5 Equazioni e sistemi
 - 5.1 Equazioni in un'incognita
 - 5.1.1 Principi di equivalenza
 - 5.1.2 Equazioni di primo grado
 - 5.1.3 Equazioni di secondo grado
 - 5.1.4 Equazioni di grado superiore al secondo
 - 5.1.5 Equazioni razionali fratte
 - 5.1.6 Equazioni irrazionali
 - 5.1.7 Equazioni con valori assoluti
 - 5.2 Equazioni e sistemi in più incognite
 - 5.2.1 Sistemi lineari
 - 5.2.2 Sistemi di grado superiore al primo

- 6 Disequazioni
 - 6.1 Disequazioni in un'incognita
 - 6.1.1 Segno delle funzioni
 - 6.1.2 Convenzioni grafiche
 - 6.1.3 Principi di equivalenza
 - 6.2 Il binomio di primo grado $f(x) = ax + b$
 - 6.3 Il trinomio di secondo grado $f(x) = ax^2 + bx + c$
 - 6.4 Sistemi di disequazioni in un'incognita
 - 6.5 Disequazioni fratte e scomponibili
 - 6.6 Le funzioni irrazionali
 - 6.6.1 Disequazioni irrazionali - la via algebrica
 - 6.6.2 Disequazioni irrazionali - risoluzione grafica
 - 6.6.3 Regole per due casi standard
 - 6.6.4 Il segno di una funzione irrazionale

- 6.7 La funzione valore assoluto
 - 6.7.1 Due casi semplici
- 6.8 Un esempio complesso

- 7 Potenze, esponenziali, logaritmi
 - 7.1 Potenze con esponente intero
 - 7.1.1 Esponente intero ≥ 2
 - 7.1.2 Esponente 0 ed esponente 1
 - 7.1.3 Esponente intero negativo
 - 7.2 Potenze con esponente razionale
 - 7.3 Potenze con esponente reale irrazionale
 - 7.4 Considerazioni conclusive sulle potenze
 - 7.5 Funzioni esponenziali
 - 7.6 I logaritmi
 - 7.6.1 Definizioni e proprietà
 - 7.6.2 Le funzioni del tipo $f(x)^{g(x)}$
 - 7.7 Equazioni e disequazioni esponenziali e logaritmiche
 - 7.7.1 Equazioni e disequazioni elementari
 - 7.7.2 Equazioni e disequazioni non elementari
 - 7.7.3 Qualche considerazione grafica

- 8 Geometria analitica
 - 8.1 Generalità
 - 8.2 Le formule fondamentali
 - 8.2.1 Punto medio, baricentro
 - 8.2.2 Distanza tra due punti
 - 8.3 Luoghi geometrici e rappresentazione analitica
 - 8.4 Cambiamenti di coordinate
 - 8.4.1 Traslazione degli assi
 - 8.4.2 Rotazione degli assi
 - 8.5 La retta nel piano cartesiano
 - 8.5.1 Generalità
 - 8.5.2 Come determinare l'equazione di una retta
 - 8.5.3 Un esempio conclusivo
 - 8.5.4 Famiglie di curve
 - 8.5.5 Fasci di rette
 - 8.6 Le coniche
 - 8.6.1 Generalità. Equazione. Tangenti
 - 8.6.2 Le coniche come sezioni
 - 8.6.3 Le coniche come luoghi geometrici
 - 8.7 La circonferenza nel piano cartesiano
 - 8.7.1 Tangenti a una circonferenza

- 8.7.2 Come determinare l'equazione di una circonferenza
- 8.7.3 Fasci di circonferenze
- 8.8 La parabola in forma canonica
 - 8.8.1 Tangenti a una parabola
 - 8.8.2 Come trovare l'equazione di una parabola
 - 8.8.3 Una notevole proprietà della parabola
- 8.9 L'ellisse e l'iperbole in forma canonica
 - 8.9.1 L'ellisse
 - 8.9.2 L'iperbole
 - 8.9.3 Riepilogo su ellisse ed iperbole
 - 8.9.4 Eccentricità
- 8.10 L'equazione di secondo grado in due incognite senza termine misto
- 8.11 L'iperbole equilatera
 - 8.11.1 La funzione omografica
- 8.12 L'equazione di secondo grado in due incognite con termine misto
- 8.13 Altri luoghi geometrici
- 8.14 Altri tipi di equazioni
- 8.15 Equazioni parametriche
 - 8.15.1 Equazioni parametriche della retta
- 8.16 Cenno alle disequazioni in due incognite
 - 8.16.1 Il principio generale
 - 8.16.2 Disequazioni di primo grado
 - 8.16.3 Disequazioni di secondo grado
 - 8.16.4 Sistemi di disequazioni e equazioni

9 Geometria euclidea piana

- 9.1 Concetti fondamentali
 - 9.1.1 Gli assiomi sulla retta
 - 9.1.2 Segmenti
 - 9.1.3 Gli assiomi sul piano
 - 9.1.4 Angoli e strisce
 - 9.1.5 Rette parallele
- 9.2 I triangoli
 - 9.2.1 I criteri di uguaglianza
 - 9.2.2 Relazioni tra gli elementi di un triangolo
 - 9.2.3 Varie specie di triangoli
 - 9.2.4 Punti notevoli
- 9.3 I poligoni
 - 9.3.1 Relazioni fra lati e fra angoli in un poligono
 - 9.3.2 I parallelogrammi
 - 9.3.3 I trapezi
 - 9.3.4 Cenno ai poligoni concavi
- 9.4 La circonferenza e il cerchio

- 9.4.1 Corde
 - 9.4.2 Posizioni relative di una retta e una circonferenza
 - 9.4.3 Parti della circonferenza e del cerchio
 - 9.4.4 Posizioni relative di due circonferenze
 - 9.4.5 Tangenti a una circonferenza per un punto esterno
 - 9.4.6 Poligoni inscritti e circoscritti
 - 9.4.7 Poligoni regolari
 - 9.5 Equivalenze di superfici. Pitagora. Euclide
 - 9.5.1 Il caso dei poligoni
 - 9.5.2 I teoremi di Pitagora ed Euclide
 - 9.6 Misura delle grandezze. Proporzionalità
 - 9.6.1 La misura delle grandezze
 - 9.6.2 Proporzionalità fra grandezze
 - 9.6.3 Aree dei poligoni
 - 9.6.4 Misure di circonferenza e cerchio
 - 9.7 La similitudine
 - 9.7.1 Applicazioni della similitudine
 - 9.8 Costruzioni con riga e compasso
 - 9.9 Applicazioni dell'algebra alla geometria
- 10 Geometria euclidea solida
- 10.1 Rette e piani nello spazio
 - 10.1.1 Posizione reciproca di due rette
 - 10.1.2 Semispazi
 - 10.1.3 Intersezioni tra piani e tra piani e rette
 - 10.1.4 Perpendicolarità e parallelismo tra rette e piani
 - 10.2 Proiezioni, distanze ed angoli
 - 10.3 Angoloidi. Poliedri
 - 10.3.1 La piramide
 - 10.3.2 Il tronco di piramide
 - 10.3.3 Il prisma
 - 10.3.4 Poliedri in generale
 - 10.3.5 Poliedri regolari
 - 10.4 I corpi rotondi
 - 10.4.1 Il cilindro
 - 10.4.2 Il cono
 - 10.4.3 La sfera
 - 10.5 Estensione solida e volumi
 - 10.6 Altre formule di geometria solida
- 11 Goniometria e trigonometria
- 11.1 Angoli e loro misura
 - 11.1.1 La misura in radianti
 - 11.2 Funzioni periodiche

- 11.2.1 Prolungamento per periodicità
- 11.3 Le funzioni seno e coseno
- 11.4 Le funzioni tangente e cotangente
- 11.5 Le funzioni secante e cosecante
- 11.6 Relazioni tra le funzioni trigonometriche
- 11.7 Formule trigonometriche
- 11.8 Angoli notevoli
- 11.9 L'inversione delle funzioni trigonometriche
 - 11.9.1 la funzione arcseno
 - 11.9.2 La funzione arccoseno
 - 11.9.3 La funzione arctangente
 - 11.9.4 La funzione arccotangente
 - 11.9.5 Qualche relazione importante
- 11.10 Ricerca del periodo per funzioni elementari
- 11.11 Risoluzione di triangoli
- 11.12 Equazioni e disequazioni goniometriche
 - 11.12.1 Disequazioni elementari
 - 11.12.2 Disequazioni lineari in seno e coseno
 - 11.12.3 Disequazioni con una sola funzione trigonometrica
 - 11.12.4 Disequazioni omogenee di secondo grado in seno e coseno
 - 11.12.5 Disequazioni simmetriche in seno e coseno
 - 11.12.6 Le altre disequazioni
 - 11.12.7 Disequazioni con funzioni trigonometriche inverse

12 Introduzione al calcolo combinatorio

- 12.1 Introduzione
- 12.2 Disposizioni
 - 12.2.1 Allineamenti ordinati
 - 12.2.2 Suddivisioni
- 12.3 Permutazioni
 - 12.3.1 Permutazioni fra elementi distinti
 - 12.3.2 Permutazioni fra elementi non tutti distinti
 - 12.3.3 Un problema di ripartizione
- 12.4 Combinazioni
 - 12.4.1 Combinazioni semplici
 - 12.4.2 Combinazioni con ripetizione
 - 12.4.3 Un'equazione diofantea
 - 12.4.4 Suddivisioni
- 12.5 La potenza di un binomio e di un polinomio
 - 12.5.1 La potenza di un binomio
 - 12.5.2 La potenza di un polinomio
- 12.6 Proprietà dei coefficienti binomiali

II Approfondimenti

13 Le funzioni iperboliche

- 13.1 Rivisitiamo le funzioni trigonometriche
- 13.2 Le funzioni iperboliche inverse
- 13.3 Formule coinvolgenti le funzioni iperboliche

14 I numeri complessi

- 14.1 Perché i numeri complessi?
- 14.2 Un'introduzione informale
- 14.3 Definizioni e proprietà
- 14.4 Proprietà dei complessi
 - 14.4.1 Complessi e ordine
 - 14.4.2 Il modulo di un numero complesso
 - 14.4.3 Il coniugato di un numero complesso
- 14.5 Forma trigonometrica
 - 14.5.1 Il piano di Gauss
 - 14.5.2 Forma trigonometrica o polare
 - 14.5.3 Passaggio da una forma all'altra
 - 14.5.4 Prodotto e quoziente in forma trigonometrica
 - 14.5.5 Prodotto e rotazioni nel piano di Gauss
- 14.6 Radici nei complessi
 - 14.6.1 Radici dell'unità
 - 14.6.2 Radici quadrate
- 14.7 Il teorema fondamentale dell'algebra

15 Algebra lineare e geometria analitica

- 15.1 Matrici e operazioni tra matrici
 - 15.1.1 Determinante di una matrice quadrata
 - 15.1.2 Calcolo dell'inversa di una matrice
 - 15.1.3 Rango di una matrice
- 15.2 Sistemi lineari
 - 15.2.1 Definizioni
 - 15.2.2 Il metodo di Cramer
 - 15.2.3 Il metodo di eliminazione di Gauss
- 15.3 Vettori nello spazio ordinario
 - 15.3.1 Definizioni
 - 15.3.2 Operazioni lineari tra vettori
 - 15.3.3 Prodotto scalare
 - 15.3.4 Prodotto vettoriale
 - 15.3.5 Prodotto misto
 - 15.3.6 Parallelismo, perpendicolarità, complanarità
- 15.4 Coordinate cartesiane, vettori e componenti
 - 15.4.1 Componenti di vettori nel piano e nello spazio

- 15.4.2 Operazioni tra vettori, mediante le componenti
- 15.5 Rette nel piano, rette e piani nello spazio
 - 15.5.1 Grafici non cartesiani
 - 15.5.2 La retta nel piano cartesiano
 - 15.5.3 Applicazioni
 - 15.5.4 Intersezioni di rette nel piano
 - 15.5.5 Piani nello spazio cartesiano
 - 15.5.6 Applicazioni
 - 15.5.7 Intersezione di piani nello spazio
 - 15.5.8 Rette nello spazio
 - 15.5.9 Esempi e applicazioni
- 16 Cenno alle affinità: la via analitica
 - 16.1 Trasformazioni del piano in sè
 - 16.2 Affinità nel piano
 - 16.3 Il gruppo delle affinità
 - 16.4 Elementi uniti
 - 16.5 Similitudini
 - 16.6 Particolari similitudini: le omotetie
 - 16.7 Particolari similitudini: le isometrie
 - 16.7.1 Traslazioni
 - 16.7.2 Rotazioni
 - 16.7.3 Simmetrie assiali (o riflessioni) e glissoriflessioni
 - 16.7.4 Simmetrie particolari
 - 16.7.5 Osservazioni conclusive sulle isometrie
 - 16.8 Ancora sulle similitudini
 - 16.9 Schema logico per trattare le affinità
 - 16.9.1 Qualche indicazione tecnica
 - 16.10 Isometrie e omotetie: dalla definizione geometrica alle equazioni
 - 16.10.1 Traslazioni
 - 16.10.2 Rotazioni
 - 16.10.3 Simmetrie assiali
 - 16.10.4 Omotetie
- 17 Grafici costruibili per via elementare
 - 17.1 Simmetrie
 - 17.2 Traslazioni
 - 17.3 Cambiamenti di scala
 - 17.4 Valori assoluti
 - 17.5 Operazioni tra funzioni
 - 17.5.1 Il passaggio al reciproco
 - 17.5.2 Il logaritmo naturale di una funzione
 - 17.5.3 L'esponenziale di una funzione

17.6 Funzioni lineari in seno e coseno

17.7 Uso delle coniche

17.7.1 Funzioni razionali fratte e iperboli

17.7.2 Funzioni irrazionali e coniche